

SUR L' ACCORD
DES DEUX DERNIERES ECLIPSES DU SOLEIL ET DE LA LUNE AVEC MES TABLES POUR TROUVER LES VRAIS MOMENS DES PLENI-LUNES ET NOVI-LUNES,

PAR M. EULER.

I.

Mon calcul, que j'ai exposé dans un Mémoire * précedent, pour l'Eclipse du Soleil, que nous avons vué ici le 25 Juillet de cette année 1748, est si bien d'accord avec les observations du commencement & de la fin de cette Eclipse, qu'à peine on s'en sauroit promettre un plus grand. Suivant mes tables j'avois établi le commencement de cette Eclipse à $10^h, 17', 45''$, & la fin à $1^h, 24', 0''$: or, quoique le commencement de cette Eclipse ne fut pas apperçû, on étoit pourtant assés sûr de le conclure à $10^h, 18'$ par la phase qui parût a' $10^h, 20'$, & la fin de cette Eclipse a été remarquée a' $1^h, 24', 30''$ Nous ne nous sommes pas trompés non plus dans l'attente de l'anneau, que j'avois annoncé: mais sa durée, que j'avois mise à $5', 10''$, étoit beaucoup plus courte, savoir de $1', 20''$, ce qui ne paroit pas trop favoriser mes tables, quoique les autres tables qui passent pour les meilleures, ne montrassent cette Eclipse, que partiale, & que leurs erreurs par rapport au commencement & à la fin montassent à quelques minutes entieres. Mais, pour ôter ce scrupule par rapport à la durée de l'anneau, je dois remar-

* Voy. les *Memoires* de 1747. p. 250. & suiv.

remarquer que dans mon calcul j'avois ſuppoſé l'elevation du Pole de Berlin de 52°, 36': Or les dernieres obſervations, que Mr. Kies vient de faire avec l'excellent Quart de cercle, que Mr. de Maupertuis a donné à l'Academie ne donnerent cette elevation du Pole que de 52°, 31', 30'', de ſorte que j'avois placé Berlin trop vers le Nord de 4', 30''. On n'a qu'à Jetter les yeux ſur la carte de cette Eclipſe, qui a été publiée à Nurnberg, pour s'aſſurer, que ſi Berlin étoit ſitué de 4 ½' plus au nord, la durée de l'anneau auroit été beaucoup plus conſiderable & qu'elle auroit été aſſés d'accord avec mon calcul,

II. Pour l'Eclipſe de Lune, qui parut entre le 8 & le 9 Dec. mois d'Août, ſi l'on regarde l'article, qui ſe trouve à la fin de l'Almanac Aſtronomique, on remarquera, que les momens de cette Eclipſe qui ſont allegués ſous le titre de mes tables, ne ſont pas trop d'accord avec l'obſervation. Car le commencement y etant marqué à 11h, 0', 14'' & la fin à 1h, 14', 4'', on a trouvé par l'obſervation le commencement a 11h, 5' & la fin a 1h, 18': J'avoüe que cette difference anéantiroit tout à fait la bonne opinion de mes tables, que l'accord de l'Eclipſe du Soleil auroit pu inſpirer: & cela me paroit d'autant plus ſurprenant, que j'avois rectifié mes tables ſur un grand nombre d'Eclipſes lunaires. J'ai cru donc avant que de porter un jugement ſi peu favorable de mes tables, devoir refaire mes calculs, pour voir s'il ne s'y étoit pas gliſſé quelque faute, ayant fait alors ces calculs à la hâte. En voicy donc le détail de tous mes calculs.

III. Je commence donc par chercher le tems de l'oppoſition moyenne, qui arrive vers le 8 Août de l'Année 1748. dont le calcul ſera ſuivant mes tables imprimées dans l'Almanac latin pour l'an 1749. comme il ſuit:

	☽a☉	L. moy: ☉	An. moy: ☉	An. moy: ☽	L. moy: ☊
A 1741, 1j, 20h, 44', 15''	6	9s, 12°, 1', 38''	6s, 3°, 25', 46''	9s, 27°, 15, 46''	3s, 4°, 9', 52''
Ano 7, 13, 3, 52, 28	0	0, 12, 17, 11	0, 12, 9, 51	2, 26, 3, 39	4, 16, 3, 2
Juill. 25, 17, 8, 21	0	6, 23, 44, 49	6, 23, 44, 14	6, 0, 43, 3	0, 10, 56, 47
Juill. 40, 17, 45, 4	6	4, 18, 3, 38	1, 9, 19, 51	6, 24, 2, 28	4, 26, 59, 49
ou Août 8, 17, 45, 4					10, 7, 10, 3

Car

Car le 40me Juillet convient avec le 9me Août; mais parceque cette année est bissextile, il en faut retrancher un jour, dont le mois de Fevrier a eté allongé. Donc, selon le mouvement moyen, l'opposition arrive à Paris A. 1748 Août 8j, 17h, 45′, 4″ tems moyen: & l'équation du tems étant 5′, 0″ à soutraire, le tems de cette opposition moyenne sera à Paris A. 1748 Août 8j, 17h, 40′, 4″, & pour Berlin il y faut ajouter la difference de longitude, qui est 44′, 36″, par consequent cette opposition moyenne a du arriver à Berlin

A. 1748 Août 8j, 18h, 24′, 40″ tems vrai.

IV. Ayant pour ce tems les anomalies moyennes du Soleil & de la Lune, on en déterminera à l'aide des mêmes tables les anomalies excentriques, en y appliquant les équations qui conviennent, & on trouvera

L'anomalie excentrique du Soleil 1s, 8o, 43′, 44″
L'anomalie excentrique de la Lune 6, 23, 25, 27

Et de là on formera aisement les argumens des tables d'équations & les equations mêmes.

Table	Argument	Eq: additives	Eq: soutractives
8 I	6s, 25o, 23′, 27	- - - - -	3h, 44″, 18″
II	1, 8, 43, 44	- - - - -	2, 35, 59
III	8, 4, 7, 11	0h, 8′, 15″	
VI	5, 16, 39, 43	0, 2, 31	
V	2, 29, 30, 33	- - - -	0, 1, 1
VI	0, 12, 3, 10	31	
		+ 0, 11, 17	— 6 21, 18
			+ 0, 11, 17
	Equation totale à soutraire		6, 10, 1

Il faut donc soutraire 6h, 10′, 1″ du tems de l'opposition moyenne pour avoir le tems de l'opposition vraie dans l'orbite.

Opposition moyenne à Berlin Ann.	1748	Août	8j,	18h,	24′,	40″
otez				6,	10,	1
Opposition dans l'orbite à Berlin Ann.	1748	Août	8,	12,	14,	39

selon le tems vrai.

V. Main-

V. Maintenant je cherche pour ce tems les vrais lieux du Soleil, de la Lune, leurs anomalies excentriques avec le lieu moyen du noeud ascendant.

Tems ☍ moyenne	Long. moy: ☉	An. moy: ☉	An. moy: ☽	Long. moy: ☊
ôtez	4, 18, 3, 38	1, 9, 19, 51	6, 24, 2, 28	10, 7, 10, 3
6h, 10′, 1″	— 15, 12	— 15, 12	— 3, 21, 26	+ 49
Tems ☍ de l'orbite	4, 17, 48, 26	1, 9, 4, 39	6, 20, 41, 2	10, 7, 10, 52
Equat:	— 1, 11, 37	— 35, 56	— 1, 10, 18	
	4, 16, 36, 49	1, 8, 28, 43	6, 21, 51, 20	
	Long. vraie ☉	An. exc. ☉	An. exc. ☽	

Donc la longitude vraie du Soleil étant 4s, 16°, 36′, 49
La longitude de la Lune dans son orbite est 10, 16, 36, 49
puisque nous savons que dans ce moment le lieu de la Lune dans son orbite differe de 6. signes de celui du Soleil.

VI. A'présent il s'agit de determiner le vrai lieu du noeud ascendant ☊ avec l'inclinaison de l'orbite lunaire à l'ecliptique, ce qui se fera par le moyen des tables de la Lune, que j'ai publiées dans le recueil de mes pieces.

Tables pour le ☊ & l'Incl.	Argument	Long. moy: ☊	Inclin.
		10s, 7°, 10′, 52″	
I	6, 21, 51, 20	Eq. + 38	
II	1, 8, 28, 43	Eq. + 4, 30	
☉	4, 16, 36, 49	10, 7, 16, 0	
☊	10, 7, 16, 0		
III	6, 9, 20, 49	Eq. + 0, 29, 49	5°, 16′, 39″
		10, 7, 45, 49	
IV	6, 0, 0, 0	Eq. 0, 0, 0	Eq. — 42
V	0, 9, 20, 49	Eq. + 2, 14	Eq. + 36
		10. 7, 48, 3	5, 16, 33
		Long. vraye du ☊	Inclinaison vraie.

Donc la longitude vraie du noeud ☊ est 10s, 7°, 48′, 3″
& l'inclinaison de l'orbite lunaire 5, 16, 33.

VII. Pour

VII. Pour avoir tous les élémens, sur lesquels le calcul de l'Eclipse se fonde, il faut encore chercher les diametres apparens, les parallaxes horizontales & les mouvemens horaires du Soleil & de la Lune, ce qui se trouvera aisément par les tables, qu'on a jointes à l'Almanac Astronomique pour l'année 1749. On pourra aussi se servir des formules suivantes, où v marque l'anomalie excentrique de la Lune, & u celle du Soleil. De là on aura :

Le diametre apparent du Soleil $= 1933'' - 32'', 4 \cos u$
la parallaxe horizontale du ☉ $= 12''$
le mouvement horaire du ☉ $= 147'', 87 - 4'', 95 \cos u$

Pour la Lune dans les oppositions :

Diam. app. horiz. de la Lune $= 1892'' - 122'' \cos v + 4'' \cos 2v$
Parallaxe horiz. de la Lune $= 3430 - 222 \cos v + 8 \cos 2v$
Mouv. horaire de la Lune $= 2023'', 1 - 258, 3 \cos v + 11, 7 \cos 2v$
$- 1, 8 \cos u + 1, 4 \cos(v-u)$

Pour les conjonctions on n'a qu'à retrancher $2''$ pour le diametre apparent, & $3''$ pour la parallaxe & le mouvement horaire.

VIII. Par le moyen de ces formules, puisqu'il y a

$u = 1, 8, 28, 43$ & $v = 6, 21, 51, 20$

nous trouverons :

Le Diamatre apparent du Soleil	=	1908″	=	31′,	48″
La parall. horizont. du Soleil	=	12″			
Le mouvement horaire du Soleil	=	144	=	2,	24
Le Diametre horiz. appar. de la ☽	=	2008	=	33,	28
La parallaxe horiz. de la Lune	=	3642	=	60,	42
Le mouvem. horaire de la Lune	=	2269	=	37,	49

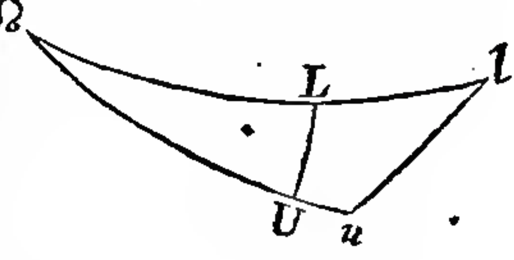
Or le mouvement horaire du noeud est de 8″
De plus la somme des parallaxes étant 60′, 54″
si l'on en retranche le demi-diametre du Soleil 15′, 54″
on aura le demi-diametre de l'ombre = 45′, 0″

Mais l'atmosphere de la terre augmentant l'ombre autant qu'on peut conclure par les observations, il semble qu'on y doit ajouter 40″, de sorte que le demi diametre rectifié de l'ombre sera = 45′, 40″.

XI. Soit

IX. Soit maintenant dans la figure cy-jointe ☊ U*u* l'Ecliptique, ☊ L*l* l'orbite de la Lune, & ☊ le noeud ascendant. De plus, au moment de l'opposition dans l'orbite, soit U le centre de l'ombre & L celui de la Lune, & pour rendre le probleme plus général, soit

☊ U = ☊ L = a



lequel arc se trouve si l'on ote la longitude du noeud ☊ du lieu de la Lune; & soit ω l'angle de l'inclinaison ☊ des deux orbites: & nous aurons par les régles de la trigonometrie sphærique:

$$\text{cos UL} = \text{cos}\,\omega\ \text{sin}\ a^2 + \text{cos}\ a^2 = \text{cos}\,\omega\ \text{sin}\ a^2 + 1 - \text{sin}\ a^2$$

Or $1 - \text{cos}\,\omega$ étant $= 2\ \text{sin}\ \frac{1}{2}\omega^2$, nous aurons

$$2\ \text{sin}\ a^2\ \text{sin}\ \tfrac{1}{2}\omega^2 = 2\ \text{sin}\ \tfrac{1}{2}\text{UL}^2$$

& partant $\text{sin}\ \frac{1}{2}\text{UL} = \text{sin}\ a\ \text{sin}\ \frac{1}{2}\omega$.

X. Qu'on cherche à present la distance des centre u, & l, de l'ombre & de la Lune aprés x heures depuis le moment de l'opposition dans l'orbite. Soit pour cet effet m le mouvement horaire du Soleil ou de l'ombre depuis le noeud, & n le mouvement horaire de la Lune depuis le noeud qu'on aura si l'on ajoute 8'' au movement horaire tant du Soleil que de la Lune trouvé par les tables données cy-dessus: & nous aurons ☊ $u = a + mx$ & ☊ $l = a + nx$. Nommant donc la distance des centres $ul = z$, nous aurons:

$$\text{cos}\,z = \text{cos}\,\omega\ \text{sin}\,(a+mx)\ \text{sin}\,(a+nx) + \text{cos}(a+mx)\ \text{cos}(a+nx)$$

ou puisque $\text{sin}\ b\ \text{sin}\ c = \frac{1}{2}\text{cos}\ (b-c) - \frac{1}{2}\text{cos}\ (b+c)$, & $\text{cos}\ b\ \text{cos}\ c = \frac{1}{2}\text{cos}\ (b-c) + \frac{1}{2}\text{cos}(b+c)$, cette èquation se changera en cette cy:

$$\text{cos}\,z = \tfrac{1}{2}\text{cos}\,\omega\ \text{cos}(n-m)x - \tfrac{1}{2}\text{cos}\,\omega\ \text{cos}\,(2a+(n+m)x)$$
$$+ \tfrac{1}{2}\text{cos}(n-m)x \quad + \tfrac{1}{2}\text{cos}\,(2a+(n+m)x)$$

ou bien $\text{cos}\,z = \text{cos}\,\frac{1}{2}\omega^2\ \text{cos}(n-m)x + \text{sin}\ \frac{1}{2}\omega^2\ \text{cos}\,(2a+(n+m)x)$

ou $1 - 2\,\text{si}\,\frac{1}{2}z^2 = \text{cos}(n-m)x - \text{si}\,\frac{1}{2}\omega^2\,\text{cos}(n-m)x + \text{si}\,\frac{1}{2}\omega^2\,\text{cos}(2a+(n+m)x)$

 Or

Or $\cos(2a + (n+m)x) = \cos 2a \cos(n+m)x - \sin 2a \sin(n+m)x$ d'où nous obtiendrons :

$$1 - \sin\tfrac{1}{2}z^2 = \cos(n-m)x - \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 \cos(n-m)x + \cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 \cos(n+m)x$$
$$- \sin 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 \sin(n+m)x$$

Mais les angles $(n-m)x$ & $(n+m)x$ étant trés petits il y aura $\cos(n-m)x = 1 - \tfrac{1}{2}(n-m)^2 xx$, $\cos(n+m)x = 1 = \tfrac{1}{2}(n+m)^2 xx$ & $\sin(n+m)x = (n+m)x$, ce qui donne

$$4\sin\tfrac{1}{2}z^2 = (n-m)^2 xx + 2\sin\tfrac{1}{2}\omega^2 - \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 (n-m)^2 xx$$
$$-2\cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 xx \cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2$$
$$+ 4(n+m)x \sin a \cos a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2$$

ou $4\sin\tfrac{1}{2}z^2 = 4\sin a^2 \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 + (n-m)^2 xx \cos\tfrac{1}{2}\omega^2 +$
$(n+m)^2 xx \cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 + 4(n+m)x \sin a \cos a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2$

ou $4\sin\tfrac{1}{2}z^2 = (\sin a + (n+m)x\cos a)^2 \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 + (n-m)^2 xx \cos\tfrac{1}{2}\omega^2$
$- (n+m)^2 xx \sin a^2 \sin\tfrac{1}{2}\omega^2$

XI. La diſtance des centres $ul = z$ ſera la plus petite ſi l'on poſe le differentiel de la valeur de $a\sin\tfrac{1}{2}z^2 = 0$, ce qui donne

$(n-m)^2 x \cos\tfrac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 x \cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 +$
$2(n+m)\sin a \cos a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2 = 0$, d'où l'on tire

$$x = \frac{-(n+m)\sin 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2}{(n-m)^2 \cos\tfrac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 \cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2}$$

& cette valeur ſubſtituée donne :

$$\sin\tfrac{1}{2}z = \sin a \sin\tfrac{1}{2}\omega \sqrt{\frac{(n-m)^2 \cos\tfrac{1}{2}\omega^2 - (n+m)^2 \sin a^2 \sin\tfrac{1}{2}\omega^2}{(n-m)^2 \cos\tfrac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 \cos 2a \sin\tfrac{1}{2}\omega^2}}$$

Puiſque les termes qui ſont multipliés par $\sin\tfrac{1}{2}\omega^2$ ſont extremement petits par raport aux autres, les centres de l'ombre & de la Lune s'approcheront le plus qu'il eſt poſsible, x heures aprés l'oppoſition dans l'orbite, étant

$$x = \frac{-(n+m)\sin 2a \tang\tfrac{1}{2}\omega^2}{(n-m)^2}\left(1 - \frac{(n+m)^2 \cos 2a \tang\tfrac{1}{2}\omega^2}{(n-m)^2}\right)$$

& la diſtance même des centres $ul = z$ ſera.

$$\sin\tfrac{1}{2}z = \sin a \sin\tfrac{1}{2}\omega \left(1 - \frac{(n+m)^2 \cos a^2 \tang\tfrac{1}{2}\omega^2}{2(n-m)^2}\right)$$

XII. Mais

XII. Mais renverſons maintenant le cas, & ſuppoſons que la diſtance des centres $ul = z$ ſoit donnée, & qu'on doive chercher le tems, où les centres ſe trouvent à cette diſtance. Qu'on cherche prémierement un angle ϕ, de ſorteque $\operatorname{cof}\phi = \frac{\operatorname{fin} a \operatorname{fin} \frac{1}{2}\omega}{\operatorname{fin} \frac{1}{2} z}$

& remettant dans l'équation la valeur $\operatorname{fin} \frac{1}{2} z = \frac{\operatorname{fin} a \operatorname{fin} \frac{1}{2}\omega}{\operatorname{cof} \phi}$

on aura

$$4 \operatorname{fin} a^2 \operatorname{fin} \tfrac{1}{2}\omega^2 \operatorname{tang}\phi^2 = (n-m)^2 xx \operatorname{cof} \tfrac{1}{2}\omega^2 + (n+m)^2 xx \operatorname{cof} 2a \operatorname{fi} \tfrac{1}{2}\omega^2 + 2(n+m) x \operatorname{fin} 2a \operatorname{fin} \tfrac{1}{2}\omega^2$$

où les deux derniers termes étant fort petits, on aura à peu prés $x = \frac{2 \operatorname{fin} a \operatorname{tang} \frac{1}{2}\omega \operatorname{tang}\phi}{n-m}$. ſuppoſons donc

$x = \frac{2 \operatorname{fin} a \operatorname{tang} \frac{1}{2}\omega \operatorname{tang}\phi}{n-m} - y$, & nous aurons.

$$o = -4(n-m) y \operatorname{fi} a \operatorname{fi} \tfrac{1}{2}\omega \operatorname{cof} \tfrac{1}{2}\omega \operatorname{tang}\phi + \frac{4(n+m)^2}{(n-m)^2} \operatorname{fi} a^2 \operatorname{cof} 2a \operatorname{fi} \tfrac{1}{2}\omega^2 \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\omega^2 \operatorname{tang}\phi^2$$
$$+ \frac{4(n+m)}{n-m} \operatorname{fin} a \operatorname{fin} 2a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\omega \operatorname{fin} \tfrac{1}{2}\omega^2 \operatorname{tang}\phi$$

d'où nous tirons

$$y = \frac{n+m}{(n-m)^2} \operatorname{fin} 2a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\omega^2 + \frac{(n+m)^2}{(n-m)^3} \operatorname{fin} a \operatorname{cof} 2a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\omega^3 \operatorname{tang}\phi$$

Par conſéquent nous aurons enfin:

$$x = \frac{\operatorname{fin} a \operatorname{tang} \frac{1}{2}\omega}{n-m}\left(2 \operatorname{tang}\phi - \frac{2(n+m)}{n-m} \operatorname{cof} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\omega - \frac{(n+m)^2}{(n-m)^2} \operatorname{cof} 2a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\omega^2 \operatorname{tang}\phi\right)$$

XIII. Cette formule par laquelle nous venons d'exprimer la valeur de x, ſert à trouver tant le commencement & la fin d'une Eclipſe, que l'immerſion & l'emerſion ſi l'Eclipſe eſt totale. Car la tangente de l'angle ϕ ſe prend auſsi bien negativement qu'affirmativement, de ſorte que cette formule renferme toujours une double valeur. Or pour trouver les moments du commencement & de la

fin d'une Eclipſe on n'a qu'à mettre z égale à la ſomme des demi-diametres de l'ombre & de la lune ; & ſi l'on met z égale à la difference de ces demi-diametres, on trouvera les momens de l'immersion & l'emersion. On verra d'abord ſi l'un ou l'autre de ces cas eſt poſsible ; ce qui arrive ſi $\sin \frac{1}{2} z \succeq \sin a \sin \frac{1}{2} \omega$. Car s'il étoit $\sin \frac{1}{2} z \prec \sin a \sin \frac{1}{2} \omega$, ce ſeroit une marque de l'impoſsibilité, à moins que la difference ne fût ſi petite, qu'elle pourroit être détruite par les petits termes negligés dans le calcul.

XIV. Faiſons maintenant l'application de ces formules à l'Eclipſe de la Lune en queſtion, dont le tems de l'oppoſition dans l'orbite a été trouvé à Berlin, tems vrai A. 1748 Août 8^j, 12^h, 14$'$ 39$''$ qui nous ſert d'époque : & les valeurs des lettres qui entrent dans le calcul ſeront :

Lieu de la Lune dans ſon orbite	10^s,	16°,	36$'$,	49$''$
Lieu du noeud aſcendant ☊	10,	7,	48,	3
L'arc ☊ L = ☊ U =	0,	8,	48,	46
Donc nous aurons a =	8°,	48$'$,	46$''$	
& l'inclinaiſon ou l'angle ☊ = ω =	5°,	16,	33	
& $\frac{1}{2}\,\omega$ =	2,	38,	16$\frac{1}{2}$	

Delà nous aurons $l \sin a = 9,1852764$

$l \sin \frac{1}{2}\omega = 8,6629848$

& partant $l \sin \frac{1}{2}\,UL = 7,8482612$

Donc $\frac{1}{2}\,UL = 24', 14\frac{1}{2}''$

& la diſtance des centres $UL = 48', 29$

au moment de l'oppoſition dans l'orbite.

XV. Le mouvement horaire du Soleil étant $= 144''$ & le mouvement horaire de la lune 2269, nous aurons $m = 152$ & $n = 2277$, & partant $n - m = 2125$, & $n + m = 2429$. De là nous trouverons le moment de la plus grande proximité des centres de l'ombre & de la lune par la formule $x = -\frac{(n+m)\sin\,\tang\,\frac{1}{2}\omega^2}{(n-m)^2}$ négligeant l'autre terme comme extrémement petit. Le calcul ſera

$l(n+m)$

$l\,(n+m) = 3,3854275$
$l\,(n-m) = 3,3273589$
$l\,\frac{(n+m)}{n-m} = 0,0580686$
$l\,\mathrm{si}\,2a = 9,4807506$
$l\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega^2 = 7,3268903$
$l\!-\!(n-m)x = 6,8657102$
soutr. $4,6855749$
red. en second. $2,1801353$
$l(n-m) = 3,3273589$
$l - x = 8,8527764$
$x = -0^h,07125 = -4^1,275 = -4^1,16''$

$2a = 17, 36, 32$

$l\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega = 8,6634454$

Donc le tems de la plus grande proximité des centres est à Berlin, tems vrai A. 1748 Août $8^j, 12^h, 10', 23''$

XVI. Pour la plus petite distance des centres, qui répondra à ce moment, si elle est nommée $= z$, nous en avons déjà la valeur fort proche $= 48', 29''$; mais il en faut encore retrancher $\frac{(n+m)^2}{(n-m)^2}$ $\sin a \sin \tfrac{1}{2}\omega \cos a^2 \,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega^2$
donc le calcul est:

$l\left(\frac{n+m}{n-m}\right)^2 = 0,1161372$
$l\,\mathrm{si}\,a\,\mathrm{si}\,\tfrac{1}{2}\omega = 7,8482612$
$l\cos a^2 = 9,9896846$
$l\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega^2 = 7,3268908$
$5,6809738$
soutr. $4,6855749$
$0,5953989$

$l\cos a = 9,9948423$

à ce log. répond. $4''$ à peu prés

Donc la plus petite distance des centres est $48', 25''$ laquelle étant otée de la somme des demi-diametres $45', 40'' + 16', 44'' = 62', 24''$ laissera $13', 59''$ pour la grandeur de l'Eclipse : qui sera reduite en doits,

doits, dont 6 égalent le demi-diametre de la Lune, on fera cette regle de trois :

$$16', 44'' \ (1004) : 6 = 839 : 5,014$$

La grandeur de cette Eclipse a donc été de $5 \frac{14}{1000}$ doigts ce qui doit être arrivé à $12^h, 10', 23''$.

XVII. Pour trouver les momens du commencement & de la fin de cette Eclipse, il faut supposer $z =$ à la somme des demi-diametres, ou $z = 62', 24''$ & de là chercher l'angle φ que $\cos = \varphi \ \frac{\sin a \ \sin \frac{1}{2} \ \omega}{\sin \frac{1}{2} z}$

Or étant $\frac{1}{2} z = 31', 12''$ nous aurons.

$$l \sin a \sin \tfrac{1}{2} \omega = 7,8482612$$
$$l \sin \tfrac{1}{2} z = 7,9578747$$
$$l \cos \varphi = 9,8903865$$
$$\text{Dom. } \varphi = 39^o, 1', 8''$$
$$\& \ l \ \text{tang} \ \varphi = 9,9084037$$

Comme la valeur de x est composée de trois membres, cherchons en chacun à part, par le calcul qui suit.

$$l \ \text{si} \ a = 9,1852764$$
$$l \ \text{tang} \ \tfrac{1}{2} \omega = 8,6634454$$
$$7,8487218$$
$$l \ (n - m) = 3,3273589$$
$$4,5213628$$
$$\text{soutr.} \quad 4,6855749$$
$$l \frac{\text{si} \ a \ \text{tang} \ \frac{1}{2} \ \omega}{n - m} = 9,8357878$$
$$l \ \text{tang} \ \Phi = 9,9084037$$
$$l \ 2 = 0,3010300$$
$$l \ \text{Part. I.} = 0,0452215$$

Part. I.

$$\text{Part. I.} = 1^h,\ 1097$$

$$l\,\frac{\text{si}\ a\ \text{tang}\ \frac{1}{2}\ \omega}{n - m} = 9,\ 8357474$$

$$l\,\frac{(n + m)}{n - m} = 0,\ 0580686$$

$$l\ 2 = 0,\ 3010300$$

$$0,\ 1948864$$

$$l\ \text{cos}\ a = 9,\ 9948423$$

$$l\ \text{tang}\ \tfrac{1}{2}\ \omega = 8,\ 6634454$$

$$l\ \text{Part. II.} = 8,\ 8531741$$

$$\text{Part. II.} = 0,\ 0713$$

$$l\,\frac{\text{si}\ a\ \text{tang}\ \frac{1}{2}\ \omega}{n - m} = 9,\ 8357878$$

$$l\left(\frac{n + m}{n - m}\right)^2 = 0,\ 1161372$$

$$l\ \text{cos}\ 2\ a = 9,\ 9799536$$

$$l\ \text{tang}\ \tfrac{1}{2}\ \omega^2 = 7,\ 3268908$$

$$l\ \text{tang}\ \phi = 9,\ 9084037$$

$$l\ \text{Part. III.} = 7,\ 1651731$$

$$\text{Part. III.} = 0,\ 0015$$

XVIII. Ajoutant ces parties enſemble ſelon les ſignes, & donnant à tang ϕ une valeur ambiguë, nous trouverons les deux valeurs ſuivantes pour x.

I. $x = \ \ 1,\ 1097 - 0,\ 0713 - 6,0015 = + 1,0369$

II. $x = - 1,\ 1097 - 0,\ 0713 + 0,0015 = - 1,1795$

Donc, pour avoir le commencement de l'Eclipſe, il faut du tems de l'oppoſition dans l'orbite ſoutraire

$1,\ 1795^h = 1^h,\ 10',\ 770 = 1^h,\ 10',\ 46''$

& pour avoir la fin de l'Eclipſe, il faut ajouter à cette même époque

 1, 0369h

$1,0369^h = 1^h, 2', 214 = 1^h, 2', 13''$

Tems de l'oppoſition, Aout	8j, 12h,	14',	39''	
	— 1,	10,	46	
	+ 1,	2,	13	
Commencement de l'Eclipſe à	11,	3,	53	
Fin de l'Eclipſe à	13,	16,	52	

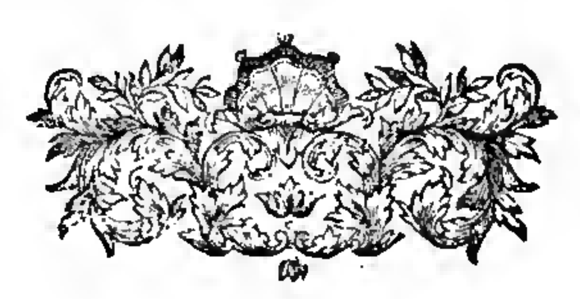
XIX. Recueillons tout ce que nous venons de trouver enſemble, & nous verrons, que ſelon mes tables les moments de l'Eclipſe ont dû être à Berlin, tems vrai A. 1748. le 8me Août

Le commencement	à	11h,	3',	53''
La plus grande obſcuration	à	12,	10,	23
L'oppoſition dans l'orbite	à	12,	14,	39
La fin de l'Eclipſe	à	13,	16,	52

La grandeur de l'Eclipſe $5 \frac{14}{1000}$ Doigts.

& la durée de 2h, 12', 49''

A préſent on voit que l'accord de ce calcul avec l'obſervation eſt ſi grand, qu'à peine ſauroit on s'attendre à une plus grande conformité; vûqu'on n'eſt pas encore trop certain de l'augmentation de l'ombre, cauſée par l'Atmosphere de la terre, & enſuite les obſervations de ces moments mêmes ne ſont pas ſusceptibles d'une telle préciſion, qu'on n'en pourroit encore douter d'une minute, puisqu'il eſt extremement difficile de diſtinguer l'obſervation de l'ombre même, de celle de la penombre.



OBSER-